

[算数・数学]

中学校数学科における考える力を育むための指導の工夫

－ 3 年「関数 $y = ax^2$ 」の授業実践を通して－

山下 太郎*

1 問題の所在

学習指導要領における数学科の目標は「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」である。数や図形の性質などを見いだす活動、日常生活で数学を利用する活動、数学的に説明し伝えあう活動等に例示される数学的活動の一層の充実が求められている。

しかし私はこれまで、「時数が足りないから」「やっても生徒が混乱するから」という言い訳で、そのような数学的活動を行ってこなかった。以前受け持ったクラスの、教研式全国標準学力検査（NRT）の結果をみると、学級の54%が5段階評定で1または2であり、数学が苦手・嫌いと感じている生徒が多かった。そこで、とにかく「できた」と感じる事が数学を好きになる第一歩だと考え、授業開始時に基礎的な問題の小テストを行ったり、前時の復習や反復練習を行ったりして基礎学力の定着を図ってきた。その結果、全国学力・学習状況調査では、数学Aでは県平均に並んだものの、数学Bでは、県平均を大幅に下回った。さらに生徒アンケートでは、数学が好きと答えた生徒が34%と低い割合だった。

片桐（2004年）は学力について「形式的計算を確実にできるようにすることが学力を伸ばすことであると考えるのは、明らかに誤りである。」と言及したうえで、「数学的な考え方を身に付けることによって、自ら学習する仕方を身に付け、自主的に学ぶ力を獲得することになる。」と述べている。つまり、形式的な計算練習を繰り返していても、本当の学力は伸びないし、数学を学びたいという気持ちにもならないということである。学力と意欲の向上のために「考える力」の育成が必要であると考えた。

2 研究の目的

本研究における「考える力」を明確にする。片桐（2004年）は、数学的な考え方について以下のように述べている。「算数や数学で数学的な活動をしていくときに、いろいろな方法が使われる。またいろいろな数学的な内容が使われる。これらの方法や内容には、すべて数学的な考え方があるとみるのが適当である。」そこで、数や図形の性質などを見いだす活動、日常生活で数学を利用する活動、数学的に説明し伝えあう活動等に例示される数学的活動を経て得ることができる思考力・判断力・表現力を本研究における「考える力」と位置づける。

また、この「考える力」を育むことで片桐（2004年）は、「知識や技能を繰り出す原動力」や「自主的に考える仕方を身に付け、自主的に学ぶ力を獲得する」ことができると述べている。つまり、今まで私が取り組んできた教え込みの知識注入型の授業だけでは、「考える力」を育むことができない。また、知識や技能が身についていないのに「考える力」だけを身に着けさせようとしてもそれは難しい。生徒に数学が好きである、数学が学びたいという気持ちを持たせるために、習得した知識・技能をもとに「考える力」を育んでいく必要がある。本稿では、「考える力」を育むための指導の工夫を、関数 $y = ax^2$ の授業実践を通して検証していく。

* 糸魚川市立糸魚川中学校

3 研究の内容と方法

(1) 内容

「考える力」を育むため、「問題場면을視覚的にとらえる」「生徒同士のかかわりを深める」ことに焦点をあてる。

(2) 研究の方法

考える力を育むために、次のような手だてを講じて本時の授業を進めていく。

① 視覚的な教具を用いる

できるだけスムーズにバトンを渡すためにはどうすればよいかを考えたいように、体育祭の全員リレーの映像を流し、上手くバトンパスができた場面と上手くいかなかった場面の違いを視覚的にとらえさせる。

また、2枚の透明なOHPシートを全員に与え、そこにかかれたグラフを自分でずらしながら考えることができるようにする。

② 生徒同士のかかわりを意図的に設定する

図、表、式、グラフを関連付けて、 x 秒間に y m進んだとして、第1走者・第2走者それぞれの関係が「1次関数」、「関数 $y=ax^2$ 」の関係になっていることを教師が説明する。その後、グループをつくり、それぞれの関係を教え合わせるによって理解の確認をする。

また、自分や他の人の考えをグループ内で説明し合うことで、説明する立場と聞く立場の両方の理解を深めさせる。そして、グループの中で自分の意見を説明したり、他の人のアイデアを聞いたりすることで、効果的にバトンを渡す方法を考え、グラフをずらしながら自分の言葉で説明できるようにする。さらに全体学習の場において、学級全体で様々な考え方を共有し、理解を深めさせていく。

4 実践の概要 ～3年「 $y=ax^2$ 」～ 2時間扱い

(1) 短距離走での時間と距離の関係を調べ、「 $y=ax^2$ 」「 $y=ax$ 」の関係になることをとらえる

以下の課題を提示した。

短距離走で、健太さんがスタートしてから3秒間にすすんだ距離を0.5秒ごとに測定しました。次の表は、健太さんがスタートしてから x 秒間に y m進んだとして、その結果をまとめたものです。この結果をもとに、グラフをかきましょう。また、 x と y の間にはどんな関係があるといえるでしょうか。

x(秒)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
y(m)	0	0.5	1.9	4.6	8.0	12.7	17.7

座標を記入していくと、

C1：放物線の片方になる。

T：ということは、短距離走のスタートはどのような関数になっているのかな？

C1：二乗に比例する関数。

T：そうですね。では、(2, 8)の点を使って、この関係を式で表してみよう。

C1： $y=ax^2$ に $x=2$ 、 $y=8$ を代入すると、 $y=2x^2$ という式になる。

浩志さんは、秒速 4 m の一定の速さで走っています。健太さんが x 秒間に y m 進んだとして、その結果を次の表にまとめ、この結果をもとにグラフをかきましょう。また、x と y の間にはどんな関係があるといえるでしょうか。

x (秒)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
y (m)	0	2	4	6	8	10	12

座標を記入していくと、
C1：直線になる。
T：ということは、短距離走で一定の速さで走っているときはどのような関数になっていますか？
C1：比例。
T：そうですね。では、この関係を式で表してみましょう。
C1： $y=ax$ に $x=1$ ， $y=4$ を代入すると、 $y=4x$ という式になる。

この課題を通して、生徒は身近な短距離走の中に今まで学んできた 2 種類の関数があることを知った。さらに、生徒は $y=4x$ という比例のグラフのスタート位置をかえると、 $y=4x+b$ という一次関数のグラフになることを理解した。

(2) 前時でとらえた $y=2x^2$ と $y=4x$ という 2 つの関数を使って、効果的にバトンを渡す方法を考える
導入で、手だて①「視覚的な教具を用いる」として、体育祭全員リレーで自分たちが走った映像を見せた。

C2：俺たちが映っている。
T：バトンを渡す瞬間に注目してください。
C2：バトンを渡すときに、他のクラスにぬかれている。
T：リレーで速く走るために大事なことは何でしょうか？
C2：バトンパスをスムーズに行うこと。

この映像を見せておき、課題を提示した。

体育祭の全員リレーで優勝を目指し、あなたは第 2 走者で、第 1 走者がどの位置にきたとき走り出せばよいか考えます。第 1 走者のスピードを落とさず、できるだけスムーズにバトンをもらうためには、第 1 走者が 2 走スタート位置から何 m 手前に来た時にスタートすればよいでしょうか。

まず、前時の復習として 2 つの関数を表・式・グラフでかかせた。このとき、手だて②「生徒同士のかかわりを意図的に設定する」として、班の中で教え合いながら確認をした。さらに、OHP シートにグラフをかいた。

C3：この前の授業でやったけど、どうだったっけ。
C4：走っている人が 1 次関数になって、走り始めた人が 2 乗に比例する関数になるんだよ。
C3：そっか。じゃあ $y=4x$ のグラフと、 $y=2x^2$ のグラフをかけばいいんだね。
T：今日は昨日かいた 2 つのグラフを、この透明なシートにかきましょう。

全員が、前時の復習をし、課題を把握したところで、スムーズにバトンをもらうためには、第 2 走者がいつ走り出せばよいかを考えさせた。ここで、手だて①「視覚的な教具を用いる」として、グループでバトンを渡す方法を考えた。

生徒の一人がグラフを重ねながら考えているのを見て、そのグループの生徒たちはグラフを重ね始めた。

C5：グラフを重ねると、2つのグラフが重なるね。

C6：グラフが重なるときは、となりを走っているってことじゃない？

C5：交わるということは、追い越すってことだから、走り始めるのが遅いんじゃない？

C6：2回交わるってことは、一度追い越されて、そのあともう1度追い抜くってことだよ。

C5：うん。だからやっぱり走り始めるのが遅い。

C7：そっか。じゃあグラフをもう少しずらして早く走りはじめればいいんじゃない？

C5：でもずらしすぎるとグラフがくっつかなくなるから、2つのグラフがぴったりくっつく時がいいタイミングなんじゃない？

ここで、1度考える作業をやめさせて、全体に説明をした。

T：今、あのグループからグラフの重ね方についての話が出ました。交わる時、離れる時。第1走者と第2走者の関係は、グラフが交わっているときはどのようなのでしょうか。

C6：一度追い越されて、そのあと追いつく。

T：ということは、第2走者が走り始めるのが・・・

C6：遅い。

T：離れる時は、どのようなのでしょうか。

C5：追いつかない。

T：ということは、第2走者が走り始めるのが・・・

C5：早い。

T：では、ちょうどよいタイミングで走り始めた時、グラフはどのように重なるのでしょうか。もう1度グループで考えてみましょう。

このやりとりの中で、これまで考えることができなかった生徒たちが、グラフを動かしながら試行錯誤を始めた。また、各グループの中での話し合いや教え合いが活発になった。

C8：交わってもだめだし、離れてもだめってことは、ぴったりくっつけばいいんだよ。

C9：横にずらしても、縦にずらしてもぴったりくっつくけど、どっち？

C10：x軸が時間で、y軸が距離だよ

C8：何m手前かを求めたいんだから、距離をずらすために上下に動かせばいいんじゃない？

各グループの話し合いで、ぴったりくっつく時（接するとき）がちょうどよいタイミングであるということに気付いていった。そこからグラフの切片を見て、2m手前から走りはじめればよいということを理解していった。その後、実際にOHPを使って、代表生徒が全体の前で考え方を発表した。

5 実践の結果と分析・考察

(1) 学習課題を把握させるための工夫

課題解決に対する意欲を高めるために、自分たちが行った体育祭の全員リレーの映像を導入で流した。「自分たちが行っていたリレーの中に関数があってびっくりした。身近にある関数をもっと知りたい。」という生徒の感想から分かるように、実際に自分たちの実体験が数学に結び付くということが分かり、生徒の意欲は十分に高まったと考えられる。課題に対して、関心を持ちながら意欲的に活動していたことがうかがえる。

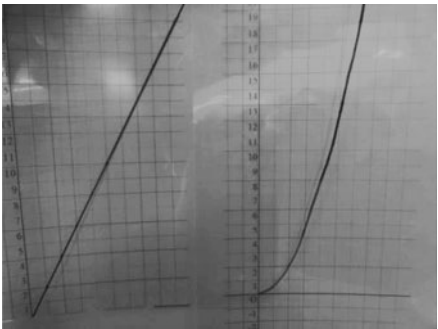
(2) 第1走者と第2走者の関数関係を教え、さらに班の中で教え合う場の設定

前時に、短距離走における「走っている人」と「走り始めた人」の速さをそれぞれ、「1次関数」と「2乗に比例する関数」の関係であるということをおさえた。

本時では、それぞれの関数関係を復習し、それが「第1走者」「第2走者」の関数になるということを確認した。その後、グループの中で自分が書いた表やグラフが一致しているか確認、必要に応じて教え合う場面を設けた。前時の学習から、生徒はそれぞれの場合における図・表・式・グラフの関係を理解することができていた。また、戸惑っていた生徒も、仲間から教えてもらうことで、第1走者と第2走者の関数関係を理解することができた。ほぼ全ての生徒がその関係を式やグラフで表現することができていた。

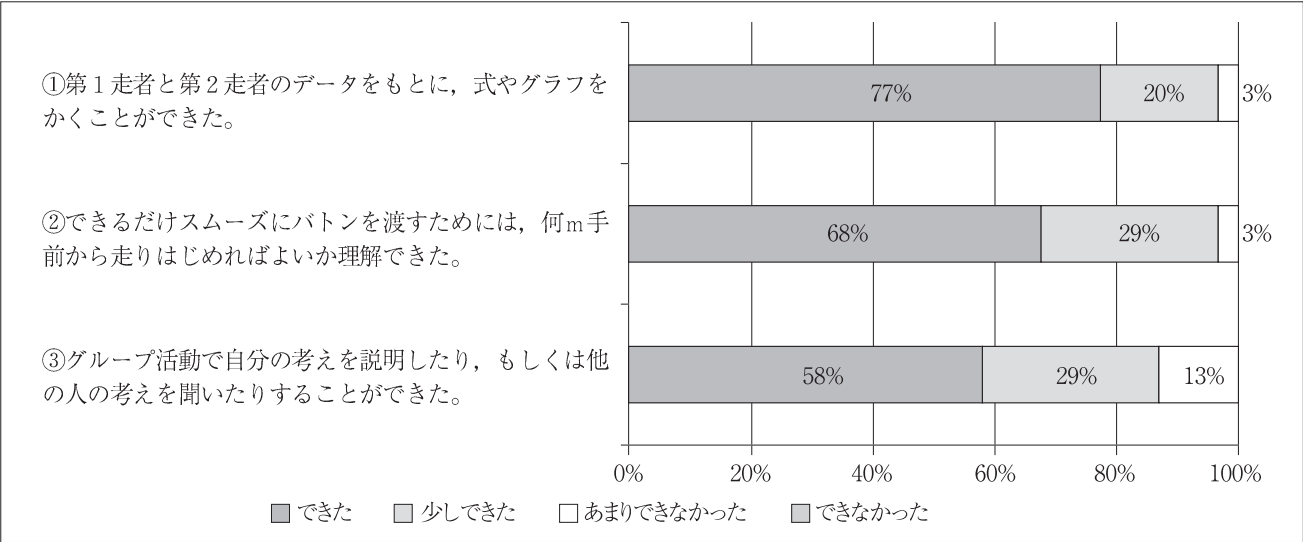
(3) 「できるだけスムーズにバトンを渡す方法」を考えるための工夫

本時では、バトンを渡す方法を考える際にグラフを利用した。その際に生徒が考えやすいように、2枚の透明なOHPシートを全員に渡し、そこにかかれたグラフをバトンパスをイメージしながら自分でずらし、何m手前にきたら走り始めればよいかを考えることが出来るようにした。グラフをずらしながらグラフが接する個所を探し、答えを求めることができた生徒が数名いた。また、グループの中では進んで相談しながら解決したり、分かった生徒が分からない生徒に教え合ったりする姿が見られた。「グラフをずらして接している部分を探せばいいことが分かった。」「比例のグラフと放物線のグラフを重ねるだけでなく、上下に動かして答えを求めることができると分かった。」「隣の人から教えてもらって、グラフの動かし方が分かった。」と生徒の感想にもあるように、グラフの接点を探すことで答えが求められることを理解した生徒がほとんどであった。また、授業後の振り返りから、97%の生徒が「できるだけスムーズにバトンを渡すためには、何m手前から走りはじめればよいか理解できた」と答えている。



6 成果と課題

「考える力を育むための指導の工夫」が達成できたかどうかを、本時における生徒のワークシートの記述内容や授業後の振り返り用紙をもとに考察する。



(1) 成果

① 視覚的な教材を用いることが、何m手前に来た時に走りはじめればよいかを理解し、生徒が考えるための手立てとなった

考える力を育むためには、その前段階で、理解することが必要である。本研究では、前時に、教師の説明を聞きながら、「走り続けている人」と「静止状態から走り始めた人」の時間と速さの関係がそれぞれ「1次関数」と「2乗に比例する関数」になることを理解し、全員がグラフをかくことができた。本時では、まずその復習を行い、走っている人が第1走者、走り始める人が第2走者になることをおさえた。ワークシートでは、ほぼ全ての生徒が表、式、グラフをかくことができていた。ふり返しを見ても、式やグラフをかけた生徒が97%と多かった。これらの結果から、導入で全

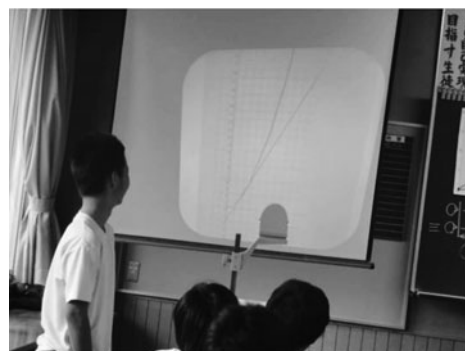
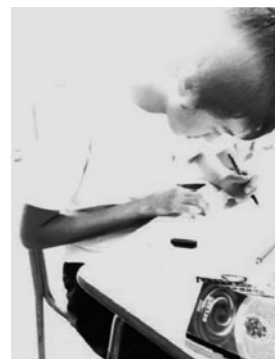
員リレーの映像を見たことで、考えようとする意欲が増し、多くの生徒が積極的に課題に取り組み、式やグラフをかくことができた判断することができる。

また、全ての生徒が考え始めてからその時間が終わるまで、手を動かしながら考えようとするをやめなかった。振り返りを見ると、97%の生徒が何m手前からしりはじめればよいか分かったと答えている。「2 m手前に来た時スタートすればよい」ということは分かっても、「なぜそうなるのか」を十分説明できなかった生徒も、他の生徒からのアドバイスを機に、シートを上下に動かして、グラフのずれの中に2 mという数値が表れていることに気付いた生徒が多くいた。

透明なシートを用いて操作活動をさせることで、多くの生徒が手を動かして試行錯誤しながら考えることができていたので、考えさせるための手立てとして、このような操作活動は非常に有効であると言える。

② 生徒同士のかかわりを意図的に設定することで、グループの中で自分の思考と他の人の思考を重ね合わせ深めていく学び合いを行うことができた

他の人の考えを聞くことで、グラフの重ね方から実際の走っている状況をイメージしたり、グラフが接するためのずらし方に気付いたりすることができた生徒が多かった。ふり返りでも、87%の生徒が肯定的な自己評価をしている。「グループ活動になって、話し合って答えを導き出すことができたのでよかった。」「難しくて式を立てられなかったけど、グループで教えてもらったら分かった。」「グループでやった方が楽しくてやる気が出る。」と生徒の感想にあるように、グループで教え合い、説明し合うという学び合いの活動により、課題を理解・解決し、学習意欲（考えようとする力）が上がるという効果が確認できた。今までは、「できた」と感じるのが数学を好きになる第一歩だと考え、基礎的・基本的な知識や技能の習得を中心に教師が一方的に教える授業が中心となっていた。今回の授業で生徒同士が教え合い、説明し合うこと、つまり考える力を育むことこそが理解を深め、意欲を高め、数学が好きになることにつながっていくのだということを実感した。



(2) 今後の課題

関数の学習では、表・式・グラフの3点が相互に結びついていることを理解することが大切である。さらに、今回のような日常生活で数学を利用する活動では、日常の場面と表・式・グラフを結び付けていく必要があると考える。その視点から考えると、本時の学習は「2 m手前」という答えは出たものの、その答えがリレーではどのような状況で、第1走者と第2走者の人たちの距離がどのように変化していくかをイメージできた生徒は多くはなかったのではないかと考えられる。日常で起こっていることを数学に変換し、さらに日常に戻していくという日常と数学を行き来するような授業展開を考えていく必要があると感じた。

本時の授業で一番の課題であると感じたことは、生徒が何を手がかりにしてどのような道筋で思考すればよいのか分からないということである。普段の授業でグループでの教え合い活動を行っていたが、早く解けた生徒がリトルティーチャー的に他のメンバーに一方的に解き方を伝えるだけでは、考える力を育むためには不十分である。単に伝え、伝えられるだけでは、考える力はつかないのだということを改めて実感した。今後は、教えてもらった後に、なぜそうなるのかを説明できるような指導に努めたい。教える側も、「教えることにより二度学べる」など、教えるよさを実感させたい。これからの授業では、教えられて分かったで終わるのではなく、分かったことを自分の言葉で説明し、さらにそれを利用して考えることができるように展開を工夫したい。一方通行的に教え、教えられるだけでなく、互いに意見や考えを出し合える場面設定をしていくことが、考える力を育み、数学はおもしろい、数学を学びたいという気持ちをもたせることにつながっていくのではないかと考える。

7 〈引用・参考文献〉

片桐重男「数学的な考え方の具体化と指導」, 明治図書, 2004年

文部科学省『中学校学習指導要領解説数学編』, 東洋出版社, 2010年